

## DYNAMIQUE DE L'ÉQUATION DES ONDES FOCALISANTES CRITIQUES

Ce mini-cours concernera l'équation des ondes semi-linéaire suivante:

$$(1) \quad \partial_t^2 u - \Delta u = |u|^{\frac{4}{N-2}} u, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^N,$$

en dimension d'espace  $N \geq 3$ . L'énergie

$$E = \frac{1}{2} \int |\nabla u(t, x)|^2 dx + \frac{1}{2} \int (\partial_t u(t, x))^2 dx - \frac{N-2}{2} \int (u(t, x))^{\frac{2N}{N-2}} dx$$

est conservée. L'équation admet pour solution particulières des ondes solitaires, bien localisées et se déplaçant à une vitesse fixe, strictement inférieure à la vitesse de la lumière. On conjecture que toute solution globale d'énergie finie est asymptotiquement la somme d'un terme de radiation (solution de l'équation des ondes linéaire), et d'un nombre fini de solitons découplés.

Le mini-cours sera constitué de 3 exposés, où je motiverai cette conjecture en donnant notamment des exemples de solutions de (1) pour montrer la richesse de la dynamique de l'équation. Je présenterai également la preuve d'une forme faible de la résolution en solitons, issue d'un travail en collaboration avec Hao Jia, Carlos Kenig et Frank Merle.

**Cours 1:** Problème de Cauchy, *scattering* et explosion de type I.

**Cours 2:** Solitons et multi-solitons. Décomposition en profils.

**Cours 3:** Preuve de la résolution en solitons.